MathConceptition 2025

S3

Question Booklet

問題簿

问题本

限時：60 分鐘　　　　不允許使用計算機。

比賽須知：

1. 未宣布開始前，切勿翻閱此問題簿。
2. 請核對答題紙上列出的資料是否與你相符。如有問題，請舉手。
3. 所有答案必須寫在答題紙內，並須用鉛筆作答。請勿填寫或畫花題號後方的圓圈，否則該題答案將會作廢。
4. 除非題目特別表明，所有答案均不需填寫單位，但必須以準確數值及最簡方式表示。
5. 比賽完結時監考員會收回桌上的草稿紙，但草稿紙上所書寫的任何文字或圖表將不獲評閱。
6. 此問題簿的附圖不一定依比例繪成。

Time: 60 minutes　　　　Calculators are NOT permitted.

Instructions:

1. **DO NOT OPEN THIS QUESTION BOOKLET UNTIL YOU ARE TOLD TO DO SO.**
2. **If the information printed on your answer sheet is not correct, please inform the invigilator immediately.**
3. **Please use a pencil and write your answers neatly ONLY on the answer sheet provided. DO NOT write or draw in the circle next to each answer box. No mark will be given if you failed to follow this instruction.**
4. **Unless otherwise specified, all answers must be in exact value and in its simplest form. Writing the units for the answers is NOT necessary.**
5. **Rough-work sheets provided will be collected at the end of the contest but they will not be marked.**
6. **Diagrams in this question booklet are not necessarily drawn to scale.**

限时：60 分钟　　　　不允许使用计算器。

比赛须知：

1. 未宣布开始前，请勿翻阅此问题本。
2. 请核对答题纸上列出的信息是否与你一致。如有疑问，请举手。
3. 所有答案必须写在答题纸上，并需用铅笔作答。请勿填写或涂污题号后面的圆圈，否则该题答案将作废。
4. 除非题目特别说明，所有答案均不需填写单位，但必须以准确数值和最简方式表示。
5. 比赛结束时监考老师会回收桌上的草稿纸，但草稿纸上所写的任何文字或图表将不予评分。
6. 此问题本的附图不一定按比例绘制。

1) 求下列頻數分佈表中的數據的眾數。 [3%]

Find the mode(s) of the data values in the following frequency distribution table.

求下列频数分布表中的数据的众数。

數據 Data Value 数据	1	2	3	4	5
頻數 Frequency 频数	30	30	20	25	20

2) 因式分解 $x^2 - x - 6$。 [3.1%]

Factorize $x^2 - x - 6$.

因式分解 $x^2 - x - 6$。

3) 利用組中點估算下列分組頻數分佈表中的數據的算術平均數。 [3.2%]

Use the class midpoints to estimate the arithmetic mean of the data values in the following grouped frequency distribution table.

利用组中值估算下列分组频数分布表中的数据的算术平均数。

組區間 Class Interval 组区间	100 – 114	115 – 129	130 – 144	145 – 159	160 – 174	175 – 189
頻數 Frequency 频数	10	30	20	25	0	15

---

4) 若 $a > -8$、$b \leq -2$ 和 $c = a - 2b$，求 c 的最小可能整數值。 [3.3%]

If $a > -8$, $b \leq -2$ and $c = a - 2b$, find the smallest possible integral value of c.

若 $a > -8$、$b \leq -2$ 和 $c = a - 2b$，求 c 的最小可能整数值。

5) 在直角坐標平面上，求直線 $x+y=7$ 和直線 $x-y=3$ 的交點坐標。 [3.4%]

On a rectangular coordinate plane, find the coordinates of the point of intersection of the lines $x+y=7$ and $x-y=3$.

在直角坐标平面上，求直线 $x+y=7$ 和直线 $x-y=3$ 的交点坐标。

---

6) 若一個數字先增加 150%，然後減少 x%，其數值保持不變。求 x。 [3.5%]

If a number is first increased by 150%, and then decreased by x%, its value remains unchanged. Find x.

若一个数字先增加 150%，然后减少 x%，其数值保持不变。求 x。

7) 求 $(x-2025)^2 = 4\ 096\ 576$ 的所有解之和。 [3.6%]

Find the sum of all solution(s) of $(x-2025)^2 = 4\ 096\ 576$.

求 $(x-2025)^2 = 4\ 096\ 576$ 的所有解之和。

---

8) 在兩個儲蓄計劃各存入 \$1 000 000，其中一個計劃的年利率為 5%，以單利息計算；另一個計劃的年利率為 4%，每 5 年計算複利息一次，求該兩個計劃在 25 年後所得利息之差。 [3.7%]

\$1 000 000 is deposited into each of two savings plans: one with a simple interest rate of 5% per annum, and the other with a compound interest rate of 4% per annum, compounded 5-yearly, find the difference in interest earned by the two plans for 25 years.

往两个储蓄项目各存入 ¥1 000 000，其中一个项目的年利率为 5%，以单利息计算；另一个项目的年利率为 4%，每 5 年计算复利息一次，求该两个项目在 25 年后所得利息之差。

9) 某城市，車輛登記編號由 6 個字元組成，其中前 2 個字元是除「I」、「O」和「Q」之外的大寫英文字母，後 4 個字元是由 0 到 9 的數字，字元可以重複。若隨機選取一個車輛登記編號，求該編號至少有 2 個字元相同的概率。 [4.8%]

In a city, a vehicle registration mark is formed by 6 characters, where the first 2 characters are uppercase alphabet letters except ‘I’, ‘O’ and ‘Q’, and the last 4 characters are the numbers 0 to 9, the repetition of characters is permitted. If a vehicle registration mark is randomly selected, find the probability that it has at least 2 characters that are the same.

某城市，车辆登记编号由 6 个字符组成，其中前 2 个字符是除“I”、“O”和“Q”之外的大写英文字母，后 4 个字符是由 0 到 9 的数字，字符可以重复。若随机选取一个车辆登记编号，求该编号至少有 2 个字符相同的概率。

---

10) 已知 $|x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$。例如，$|-2|=2$、$|0|=0$、$|5|=5$。解下列方程。 [4.9%]

Given $|x|=\begin{cases} x, & \text{if } x\geq 0 \\ -x, & \text{if } x<0 \end{cases}$. For example, $|-2|=2$, $|0|=0$, $|5|=5$. Solve the following equation.

已知 $|x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$。例如，$|-2|=2$、$|0|=0$、$|5|=5$。解下列方程。

$$\frac{2}{x+6}+\frac{5}{|x|-3}=0$$

11) 若 $20x^2+2x+5=0$ ，求下列算式的值。 [5.1%]

If $20x^2+2x+5=0$, find the value of the following expression.

若 $20x^2+2x+5=0$，求下列算式的值。

$$100x^5-310x^4+73x^3-192x^2+8x-2025$$

---

12) 若 $\sqrt{67+20\sqrt{6}+10\sqrt{10}+4\sqrt{15}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$ ，其中 a、b 和 c 均為整數，求 abc 的值。 [5.2%]

If $\sqrt{67+20\sqrt{6}+10\sqrt{10}+4\sqrt{15}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$, where a, b and c are integers, find the value of abc.

若 $\sqrt{67+20\sqrt{6}+10\sqrt{10}+4\sqrt{15}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$，其中 a、b 和 c 均为整数，求 abc 的值。

13) 環形 A 是從圓盤 D_2 中移除同心圓盤 D_1 所形成的。將圓盤 D_1 的任意切線與圓盤 D_2 的邊界的兩個交點分別記為 B 和 C。若 BC 的長度為 34，以 π 表示環形 A 的面積。 [6.3%]

An annulus A is formed by removing circular disc D_1 from another concentric circular disc D_2. Denote the two intersection points of any of the tangents of circular disc D_1 and the boundary of circular disc D_2 be B and C respectively. If the length of BC is 34, find the area of the annulus A in terms of π.

环形 A 是从圆盘 D_2 中移除同心圆盘 D_1 所形成的。将圆盘 D_1 的任意切线与圆盘 D_2 的边界的两个交点分别记为 B 和 C。若 BC 的长度为 34，以 π 表示环形 A 的面积。

---

14) 一個邊長為 $3\sqrt{3}$ 的等邊三角形 ABC 內接於一個圓，以 π 表示劣弧 AC 的弧長。 [6.4%]

An equilateral triangle ABC with sides of $3\sqrt{3}$ is inscribed in a circle, find the arc length of minor arc AC in terms of π.

一个边长为 $3\sqrt{3}$ 的等边三角形 ABC 内接于一个圆，以 π 表示劣弧 AC 的弧长。

15) 今天是 2025 年 3 月 16 日（星期日），2014^{2025} 天後是星期幾？ [6.5%]

Today is 16th March 2025, Sunday, which day of the week will it be after 2014^{2025} days?

今天是 2025 年 3 月 16 日（星期日），2014^{2025} 天后是星期几？

---

16) 若某球體與某半球體的體積之比為 1 : 4，求該球體與該半球體的總表面面積之比。 [6.6%]

If the ratio of the volume of a sphere to that of a hemisphere is 1 : 4, find the ratio of the total surface area of the sphere to that of the hemisphere.

若某球体与某半球体的体积之比为 1 : 4，求该球体与该半球体的总表面面积之比。

17) 已知某數列的通項為 $T_n=\dfrac{8}{9n^2+30n+16}$，求無窮級數 $T_1+T_2+T_3+\cdots$ 的值。 [6.7%]

Given that the general term of a sequence is $T_n=\dfrac{8}{9n^2+30n+16}$, find the value of the infinite series $T_1+T_2+T_3+\cdots$.

已知某数列的通项为 $T_n=\dfrac{8}{9n^2+30n+16}$，求无穷级数 $T_1+T_2+T_3+\cdots$ 的值。

---

18) 列出 2025^{316n} 的所有可能的最後 5 位數字，其中 n 為正整數。 [6.8%]

List all possible last 5 digits of 2025^{316n}, where n is a positive integer.

列出 2025^{316n} 的所有可能的最后 5 位数字，其中 n 为正整数。

19) 設 a_n 為某數列中的第 n 項，其定義為 $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$，其中 n 為不少於 2 的整數，$a_1 = 2026$，$a_0 = -2025$。已知 $a_{2025} = b2^c$，其中 b 和 c 均為實常數，求 $\frac{b}{c}$ 的值。 [6.9%]

Denote a_n be the n^{th} term in a sequence, and it is defined as $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$, where n is an integer which is not less than 2, $a_1 = 2026$, $a_0 = -2025$. Given that $a_{2025} = b2^c$, where b and c are real constants, find the value of $\frac{b}{c}$.

设 a_n 为某数列中的第 n 项，其定义为 $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$，其中 n 为不少于 2 的整数，$a_1 = 2026$，$a_0 = -2025$。已知 $a_{2025} = b2^c$，其中 b 和 c 均为实常数，求 $\frac{b}{c}$ 的值。

---

20) 求下列不等式之整數解組的數目。 [7%]
例如，(1, 2, 2, 2, 2) 和 (2, 1, 2, 2, 2) 為兩組不同的解組。

Find the number of the integral solution sets of the following inequality.
For example, (1, 2, 2, 2, 2) and (2, 1, 2, 2, 2) are two distinct solution sets.

求下列不等式之整数解组的数目。
例如，(1, 2, 2, 2, 2) 和 (2, 1, 2, 2, 2) 为两组不同的解组。

$$|x_1| + |x_2| + |x_3| + |x_4| + |x_5| < 10$$

全卷完
End of paper
全卷完

空白頁
Blank page
空白页

MATH 數學·思維大激鬥 CONCEPTITION

REG NO	
NAME	
GRADE	
SEAT	

S3

ANSWER SHEET

○ IDCHECK ○ ABSENT

	ANSWER		ANSWER
1	1, 2	11	-1995
2	$(x + 2)(x - 3)$	12	3000
3	140	13	289π
4	-3	14	2π
5	(5, 2)	15	Sat(urday) (星期)六
6	60	16	1 : 3
7	4050	17	$\frac{13}{30}$
8	($/¥)238 320	18	90 625
9	$\frac{1489}{2875}$	19	3037
10	-8	20	22 363

Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ Ⓕ