



Math Concept Education

2023

S2

Question Booklet

問題簿

Time: 1 hour

Calculators are NOT permitted.

Instructions:

- 1. DO NOT OPEN THIS QUESTION BOOKLET UNTIL YOU ARE TOLD TO DO SO.**
- 2. If the information printed on your answer sheet is not correct, please inform the invigilator immediately.**
- 3. Please use a pencil and write your answers neatly ONLY on the answer sheet provided. DO NOT write or draw in the circle next to each answer box. No mark will be given if you failed to follow this instruction.**
- 4. Unless otherwise specified, all answers must be in exact value and in its simplest form. Writing the units for the answers is NOT necessary.**
- 5. Rough-work sheets provided will be collected at the end of the contest but they will not be marked.**
- 6. Diagrams in this question booklet are not necessarily drawn to scale.**

限時：1 小時

不允許使用計算機。

比賽須知：

- 1. 未宣布開始前，切勿翻閱此問題簿。**
- 2. 請核對答題紙上列出的資料是否與你相符。如有問題，請舉手。**
- 3. 所有答案必須寫在答題紙內，並須用鉛筆作答。請勿填寫或畫花題號後方的圓圈，否則該題答案將會作廢。**
- 4. 除非題目特別表明，所有答案均不需填寫單位，但必須以準確數值及最簡方式表示。**
- 5. 比賽完結時監考員會收回桌上的草稿紙，但草稿紙上所書寫的任何文字或圖表將不獲評閱。**
- 6. 此問題簿的附圖不一定依比例繪成。**

1) $90\% - \sqrt{49\%} = x\%$. Find the value of x . [3%]

$90\% - \sqrt{49\%} = x\%$ 。求 x 的值。

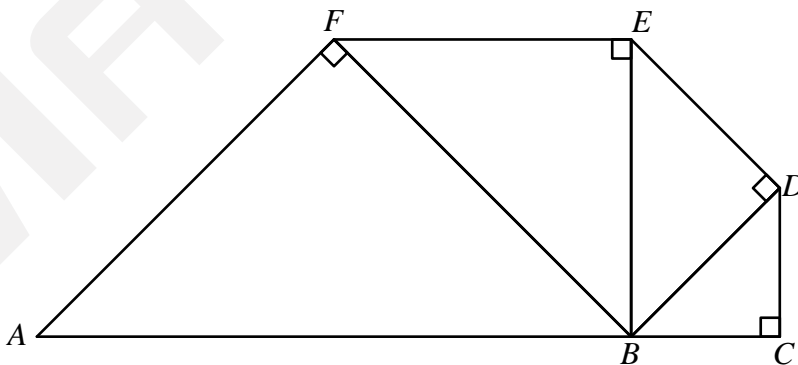
2) $\triangle BFA$ is an isosceles right-angled triangle. [3.1%]

It is known that $\triangle BFA \sim \triangle BEF \sim \triangle BDE \sim \triangle BCD$.

If the area of $\triangle BFA$ is 56, find the area of $\triangle BCD$.

若 $\triangle BFA$ 是個等腰直角三角形。

已知 $\triangle BFA \sim \triangle BEF \sim \triangle BDE \sim \triangle BCD$ 。若 $\triangle BFA$ 的面積是 56，求 $\triangle BCD$ 的面積。



- 3) Given $\begin{cases} x + y = 3 \\ y - x = -7 \end{cases}$, find the value of $2xy$. [3.2%]

已知 $\begin{cases} x + y = 3 \\ y - x = -7 \end{cases}$ ，求 $2xy$ 的值。

-
- 4) Find the ratio of the circumference of a circle to the perimeter of the square that the circle can just fit into. [3.3%]

(Take π as 3.14.)

一個圓剛好能放進一個正方形內。求該圓的圓周和該正方形的周界之比。

(取 π 為 3.14。)

5) Simplify $\frac{3a}{a+b} \div \frac{9}{a} \times \frac{3a^2-3b^2}{a^2}$.

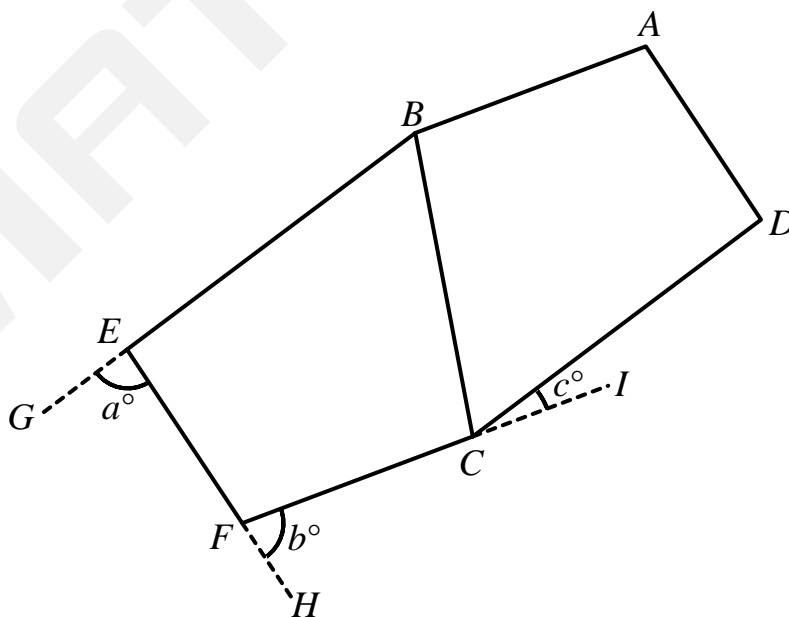
[3.4%]

化簡 $\frac{3a}{a+b} \div \frac{9}{a} \times \frac{3a^2-3b^2}{a^2}$ 。

- 6) In the figure, hexagon $ABEFCD$ is formed by 2 congruent quadrilaterals $ABCD$ and $FCBE$. BE , EF and FC are produced to G , H , I respectively. Find the sum of a , b and c .

[3.5%]

在圖中，六邊形 $ABEFCD$ 是由兩個全等的四邊形 $ABCD$ 和 $FCBE$ 所拼砌而成的。 BE 、 EF 和 FC 分別被延長至 G 、 H 和 I 。求 a 、 b 和 c 的和。



- 7) The side lengths of a triangle are l , 20 and 23. How many possible values of l are there if l is an integer? [3.6%]

某三角形的三邊的長度為 l , 20 和 23。若 l 是個整數， l 總共有多少個可能值？

-
- 8) Given that $x^x = 3^{81}$ and x is an integer, find the value of x . [3.7%]
- 已知 $x^x = 3^{81}$ 及 x 是個整數，求 x 的值。

-
- 9) If $x = -1 + \sqrt{5}$ and $y = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, [4.8%]

find the value of $4x^2 + 10xy - 5y^2 - 3(x^2 + 2xy - 3y^2)$.

若 $x = -1 + \sqrt{5}$ 及 $y = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ ，

求 $4x^2 + 10xy - 5y^2 - 3(x^2 + 2xy - 3y^2)$ 的值。

- 10) Let $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{11} = b$. It is known that $\sqrt{594} + \sqrt{198} - \sqrt{264} - \sqrt{66} = Cab$, where C is a constant. Find C . [4.9%]

設 $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{11} = b$ 。已知 $\sqrt{594} + \sqrt{198} - \sqrt{264} - \sqrt{66} = Cab$ ，其中 C 是一個常數。求 C 。

-
- 11) Find the value of the following expression. [5.1%]

求以下數式的值。

$$1 + 2^2 \times 1 + 3^2 \times 2 \times 1 + \cdots + 6^2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

12) Find the value of the following expression.

[5.2%]

求以下數式的值。

$$\sqrt{7+\sqrt{45}} - \sqrt{7-\sqrt{45}}$$

13) Find the integral part of the decimal of the following fraction.

[6.3%]

求以下分數化為小數後的整數部分。

$$\frac{72 + 693 + 6993 + 69993 + 699993 + 6999993}{999998 + 99998 + 9998 + 998 + 98 + 9}$$

- 14) Given the simultaneous linear equations in two unknowns [6.4%]

$$\begin{cases} x + y = a \\ 23x + 13y = 290 \end{cases},$$

where a is a positive integral constant, has a solution where both x and y are positive integers. Find the value of a .

已知聯立二元一次方程

$$\begin{cases} x + y = a \\ 23x + 13y = 290 \end{cases},$$

其中 a 是一個正整常數，有一個 x 和 y 都是正整數的解。求 a 的值。

- 15) Given that $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$, where a, b and c are non-zero real numbers, [6.5%]

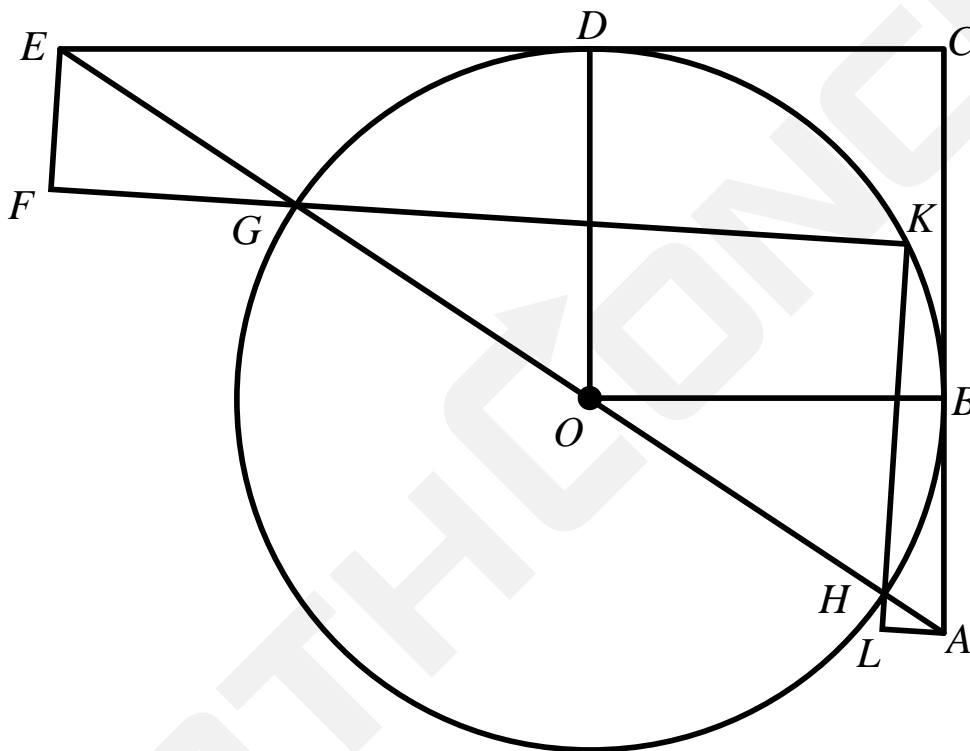
$a + b + c \neq 0$, $a + c \neq 0$ and $b + c \neq 0$. Simplify $\frac{1}{a^{2023}} + \frac{1}{b^{2023}} + \frac{1}{c^{2023}}$.

已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$ ，其中 a 、 b 和 c 都是非零實數、 $a + b + c \neq 0$ 、

$a + c \neq 0$ 及 $b + c \neq 0$ 。化簡 $\frac{1}{a^{2023}} + \frac{1}{b^{2023}} + \frac{1}{c^{2023}}$ 。

- 16) In the figure, O is the centre of the circle, ABC , CDE , FGK , HKL and $AHOGE$ are straight lines. $AC = 4$, $CE = 6$, $OD \perp CE$ and $OB \perp CA$. $\angle ACE = \angle HLA = \angle HKG = \angle EFG = 90^\circ$ and $\angle EGK = 150^\circ$. Find the sum of the lengths of EF and HL .

在圖中， O 是圓心， ABC 、 CDE 、 FGK 、 HKL 和 $AHOGE$ 都是直線。
 $AC = 4$ 、 $CE = 6$ 、 $OD \perp CE$ 和 $OB \perp CA$ 。
 $\angle ACE = \angle HLA = \angle HKG = \angle EFG = 90^\circ$ 和 $\angle EGK = 150^\circ$ 。
 求 EF 和 HL 長度之和。



- 17) It is known that the value $5^{12} + 4$ has only 4 factors, find the smallest prime factor of the value. [6.7%]

已知 $5^{12} + 4$ 的值只有 4 個因數，求該數值的最小質因數。

-
- 18) Given three points $P(0, 0.5)$, $Q(1, 1)$ and $S(3, 1)$ on the rectangular coordinate plane. T , U and V are points on the graph of the linear equation in two unknowns $y - b = ax$, where a and b are constants, at $x = 0$, 1 and 3 respectively. If the values of a and b are chosen such that the value of $PT^2 + QU^2 + SV^2$ is the smallest, find the y -coordinate of U . [6.8%]

直角坐標平面上有三點 $P(0, 0.5)$ 、 $Q(1, 1)$ 、 $S(3, 1)$ 。已知 T 、 U 及 V 分別為二元一次方程 $y - b = ax$ 的圖像上，於 $x = 0$ 、1 和 3 的點，其中 a 和 b 是常數。若 a 和 b 所選的值使 $PT^2 + QU^2 + SV^2$ 的值為最小，求 U 的 y 坐標。

- 19) Consider the simultaneous equations $\begin{cases} 2a+2b=cd \\ 2c+2d=ab \end{cases}$. If at least one of a, b, c [6.9%]

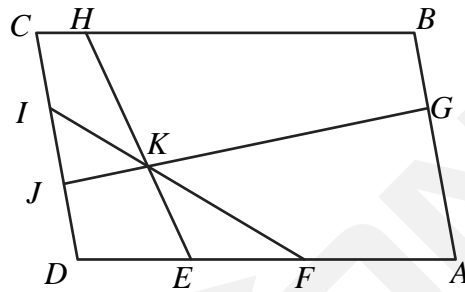
or d has the value of 1 and they are all positive integers, find the total number of possible combinations of the values of a, b, c and d that satisfy the equations.

考慮聯立方程 $\begin{cases} 2a+2b=cd \\ 2c+2d=ab \end{cases}$ 。若在 a, b, c 或 d 中最少有一個的數值是

1 且它們都是正整數，求能滿足該聯立方程的 a, b, c 及 d 的值的組合數目。

- 20) In the figure, $ABCD$ is a parallelogram, where $AD = 10$ and $AB = 3$. [7%]
 AGB , BHC , $CIJD$, $DEFA$, EKH , FKI and GKJ are all straight lines.
 $AG : GB = DI : IC = CJ : JD = 2 : 1$ and $AE : ED = FD : AF = 3 : 2$.
 Find BH .

在圖中， $ABCD$ 是一個平行四邊形，其中 $AD = 10$ 和 $AB = 3$ 。
 AGB 、 BHC 、 $CIJD$ 、 $DEFA$ 、 EKH 、 FKI 和 GKJ 都是直線。
 $AG : GB = DI : IC = CJ : JD = 2 : 1$ 和 $AE : ED = FD : AF = 3 : 2$ 。
 求 BH 。



End of paper
 全卷完



REG NO		S2
NAME		
GRADE		
SEAT		

ANSWER SHEET

IDCHECK

ABSENT

ANSWER		ANSWER	
<input type="radio"/> <input type="radio"/> 1	20	<input type="radio"/>	11 5039
<input type="radio"/> <input type="radio"/> 2	7	<input type="radio"/>	12 $\sqrt{10}$
<input type="radio"/> <input type="radio"/> 3	-20	<input type="radio"/>	13 7
<input type="radio"/> <input type="radio"/> 4	157 : 200	<input type="radio"/>	14 20
<input type="radio"/> <input type="radio"/> 5	$a - b$	<input type="radio"/>	15 $\frac{1}{c^{2023}} / c^{-2023}$
<input type="radio"/> <input type="radio"/> 6	180	<input type="radio"/>	16 $\sqrt{13} - 2.4$
<input type="radio"/> <input type="radio"/> 7	39	<input type="radio"/>	17 15377
<input type="radio"/> <input type="radio"/> 8	27	<input type="radio"/>	18 $\frac{11}{14}$
<input type="radio"/> <input type="radio"/> 9	20	<input type="radio"/>	19 24
<input type="radio"/> <input type="radio"/> 10	3	<input type="radio"/>	20 $\frac{81}{8} / 10 \frac{1}{8} / 10.125$

